CATALOGUE

EPFL

n/a

Ens: S. Friedli
Analyse I - (n/a)
Novembre 2022
1 heure

n/a

SCIPER: **999999**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 4 pages (les dernières pouvant être vides), et 13 questions. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
  - $+3$ points si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - -1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
  - $+1$ point si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - -1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

Respectez les consignes suivantes | Read these guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren

ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Première partie, questions à choix multiple

Pour chaque question marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Question [`SCQ-complexes-B`] : Soit $z = \dfrac{2\,\mathrm{i}^9 - 4\,\mathrm{i}^{15}}{1 - \mathrm{i}}$. Alors:

■ $z^6 = 8 \cdot 3^6\,\mathrm{i}$ □ $z^6 = 8 \cdot 3^6$ □ $z^6 = 8 \cdot 3^6(1 + \mathrm{i})$ □ $z^6 = -8 \cdot 3^6\,\mathrm{i}$

Question [`QCM-complexes-C`] : Dans les nombres complexes une solution de l'équation $z^4 + (4 + 3\mathrm{i})^2 = 0$ est :

■ $z = 2 - \mathrm{i}$ □ $z = 1 - 2\mathrm{i}$ □ $z = (4 + 3\mathrm{i})/2$ □ $z = 2 + \mathrm{i}$

Question [`SCQ-inf-sup-A`] : Soit $A = \left\{ y \in \mathbb{R} : \exists x \in \mathbb{R}_+^* \text{ tel que } y = e^{-x} \right\}$. Alors

■ $\operatorname{Sup} A = 1$ □ A n'est pas majoré

□ $\operatorname{Inf} A = 1$ □ $\operatorname{Sup} A = \mathrm{e}$

Question [`SCQ-limsup-liminf-B`] : Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par

$$a_n = \sqrt{n + (-1)^n} - \sqrt{n}\,.$$

Alors :

■ $\liminf\limits_{n \to +\infty} a_n = 0$, et $\limsup\limits_{n \to +\infty} a_n = 0$

□ $\liminf\limits_{n \to +\infty} a_n = -1$, et $\limsup\limits_{n \to +\infty} a_n = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

□ $\liminf\limits_{n \to +\infty} a_n = -1$, et $\limsup\limits_{n \to +\infty} a_n = 0$

□ $\liminf\limits_{n \to +\infty} a_n = 0$, et $\limsup\limits_{n \to +\infty} a_n = +\infty$

Question [`SCQ-serie-A`] : Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite de nombres réels définie par $a_n = \dfrac{(-2)^n (n!)^2}{(2n)!}$.

Alors la série numérique $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ est:

■ absolument convergente

□ convergente mais pas absolument convergente

□ divergente car $|a_n| \to +\infty$

□ divergente car $|a_n| \to 1$

Catalogue

Question [QCM-serie-parametre-M] **:** Soit la série avec paramètre $b \in \mathbb{R}$ définie par :

$$s = \sum_{k=1}^{\infty} \left(2b + \frac{1}{k}\right)^k$$

Alors s converge si et seulement si :

- ■ $b \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$
- □ $b \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- □ $b < \frac{1}{2}$
- □ $b \leq \frac{1}{2}$

Question [QCM-suites-convergence-C] **:** La limite $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+\sqrt{2n-\sqrt{3n}}}}$

- ■ existe et vaut 1
- □ n'existe pas
- □ existe et vaut $\frac{1}{\sqrt{6}}$
- □ existe et vaut $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2-\sqrt{3}}}}$

Question [SCQ-suites-recurrence-A] **:** Soit $(x_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $x_0 = 3$ et, pour $n \geq 1$, $x_n = \frac{3}{4}x_{n-1} + 2$. Alors:

- ■ $\lim_{n\to+\infty} x_n = 8$
- □ $\lim_{n\to+\infty} x_n = 2$
- □ $(x_n)_{n\geq 0}$ diverge
- □ $\lim_{n\to+\infty} x_n = 3$

Deuxième partie, questions du type Vrai ou Faux

Pour chaque question, marquer (sans faire de ratures) la case VRAI si l'affirmation est **toujours vraie** ou la case FAUX si elle **n'est pas toujours vraie** (c'est-à-dire si elle est parfois fausse).

Question [`TF-complexes-B`] : Pour tout $\omega \in \mathbb{C}$, $\omega \neq 0$, il existe une infinité de nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\mathrm{Re}\,(\omega z) = 0$.

■ VRAI   □ FAUX

Question [`TF-fonction-etc-A`] : Il existe une fonction bijective et continue $f :]-1, 1[\to \mathbb{R}$.

■ VRAI   □ FAUX

Question [`TF-inf-sup-B`] : Soit $A \subset \mathbb{R}$ un ensemble non-vide, et soit $B = \{x \in \mathbb{R} : -x \in A\}$. Si A est majoré, alors B est majoré.

□ VRAI   ■ FAUX

Question [`TF-serie-A`] : Soit $(a_n)_{n\geq 1}$ une suite de nombres réels telle que $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

□ VRAI   ■ FAUX

Question [`TF-serie-B`] : Soit $(a_n)_{n\geq 1}$ une suite de nombres réels telle que la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge. Alors $\lim_{n\to\infty} n a_n = 0$.

□ VRAI   ■ FAUX