

369













Ens: S. Friedli
Analyse I - XXX
Novembre 2022
1 heure

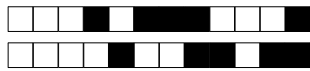
XXX-1

SCIPER: **FAKE-1**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 4 pages (les dernières pouvant être vides), et 13 questions. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - +3 points si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
 - +1 point si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

Respectez les consignes suivantes Read these guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien					
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren			
  		 			
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte					
					

**Première partie, questions à choix multiple**

Pour chaque question marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

Question 1 : Soit $A = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in \mathbb{R}_+^* \text{ tel que } y = e^{-x}\}$. Alors

 Inf $A = 1$ A n'est pas majoré Sup $A = e$ Sup $A = 1$

Question 2 : Soit $z = \frac{2i^9 - 4i^{15}}{1 - i}$. Alors:

 $z^6 = 8 \cdot 3^6$ $z^6 = -8 \cdot 3^6 i$ $z^6 = 8 \cdot 3^6 i$ $z^6 = 8 \cdot 3^6(1 + i)$

Question 3 : La limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n + \sqrt{2n - \sqrt{3n}}}}$

 existe et vaut $\frac{1}{\sqrt{6}}$ existe et vaut 1 existe et vaut $\frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{2 - \sqrt{3}}}}$ n'existe pas

Question 4 : Dans les nombres complexes une solution de l'équation $z^4 + (4 + 3i)^2 = 0$ est :

 $z = 1 - 2i$ $z = 2 + i$ $z = (4 + 3i)/2$ $z = 2 - i$

Question 5 : Soit $(x_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $x_0 = 3$ et, pour $n \geq 1$, $x_n = \frac{3}{4}x_{n-1} + 2$. Alors:

 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 2$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 8$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 3$ $(x_n)_{n \geq 0}$ diverge

Question 6 : Soit la série avec paramètre $b \in \mathbb{R}$ définie par :

$$s = \sum_{k=1}^{\infty} \left(2b + \frac{1}{k}\right)^k$$

Alors s converge si et seulement si :

 $b \in]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$ $b < \frac{1}{2}$ $b \leq \frac{1}{2}$ $b \in]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$



Question 7 : Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par

$$a_n = \sqrt{n + (-1)^n} - \sqrt{n}.$$

Alors :

- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -1$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$
- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -1$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sqrt{3} - \sqrt{2}$
- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$
- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

Question 8 : Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite de nombres réels définie par $a_n = \frac{(-2)^n (n!)^2}{(2n)!}$. Alors la série

numérique $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ est:

- divergente car $|a_n| \rightarrow 1$
- convergente mais pas absolument convergente
- divergente car $|a_n| \rightarrow +\infty$
- absolument convergente

**Deuxième partie, questions du type Vrai ou Faux**

Pour chaque question, marquer (sans faire de ratures) la case VRAI si l'affirmation est **toujours vraie** ou la case FAUX si elle **n'est pas toujours vraie** (c'est-à-dire si elle est parfois fausse).

Question 9 : Pour tout $\omega \in \mathbb{C}$, $\omega \neq 0$, il existe une infinité de nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\operatorname{Re}(\omega z) = 0$.

VRAI FAUX

Question 10 : Soit $(a_n)_{n \geq 1}$ une suite de nombres réels telle que la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge. Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 0$.

VRAI FAUX

Question 11 : Soit $A \subset \mathbb{R}$ un ensemble non-vidé, et soit $B = \{x \in \mathbb{R} : -x \in A\}$. Si A est majoré, alors B est majoré.

VRAI FAUX

Question 12 : Il existe une fonction bijective et continue $f :]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$.

VRAI FAUX

Question 13 : Soit $(a_n)_{n \geq 1}$ une suite de nombres réels telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

VRAI FAUX